Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

SEGUNDO PARCIAL - 06/03/2026

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….

Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 2

1		2	3	4		5		NOTA

- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificada

EJERCICIO 1: Se sabe que la función $f_{(x)} = A\,sen(Bx)$ tiene período $T = \pi$, que su imagen es el conjunto $Im_{(f)} = [-3; 3]$ y que $f_{(\pi/4)} = -3$.

(a) Dar la expresión analítica de f.

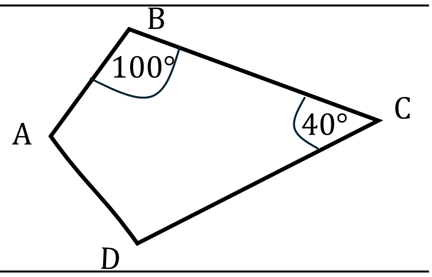
(b) Suponiendo que el dominio de f es el intervalo $[-\pi/2; \pi/2]$, graficar f rotulando, claramente, sus ceros y las abscisas donde alcanza su mínimo y máximo valor

---

EJERCICIO 2: Sea la función $(a \in \mathbb{R}^+, fijo)$: $f_{(x)} = \sqrt{a - e^{2x-1}}$ determinar el dominio y la imagen de f en función del parámetro real a.

EJERCICIO 3:

El romboide *ABCD* es tal que *AB*=*AD*=4*cm*, *BC*=*CD*, el ángulo $\measuredangle ABC$ =100° y el ángulo $\measuredangle BCD$ mide 40°. Calcular el área del *ABCD*.



EJERCICIO 4:

(a) Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to I_f \subseteq \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = \frac{3-x}{4x+k}$. Determinar el valor de *k* para que la recta de ecuación *y*=2 sea la asíntota horizontal de $f^{-1}{}_{(x)}$

(b) Resolver la ecuación $log_7(x-4) + log_7(x+8) = log_7(x+38)$

EJERCICIO 5:

(a) Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f_{(x)} = x^3 - x$, y $g: (-\pi, \pi) \to \mathbb{R}$ / $g_{(x)} = tg(x/2)$ calcular los ceros de $(f \circ g)_{(x)}$

(b) Dados los puntos $A(1; 3), B(3; 6)$ y $C(4; -2)$, determinar la medida del ángulo comprendido entre los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	2° parcial tema 2	HOJA N° 1|2 — FECHA 6-3-26

EJ1 Se sabe que la función $f(x) = A \operatorname{sen}(Bx)$ tiene período $T = \pi$, que su imagen es el conj. $Im(f) = [-3, 3]$ y que $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -3$

a) Dar la expresión analítica de f

$Im(f) = [-3, 3] \to A = 3 \qquad \pi = T = \frac{2\pi}{|B|} \to |B| = 2$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -3 = 3 \operatorname{sen}\left(B \frac{\pi}{4}\right) \to \underbrace{-1 = \operatorname{sen}\left(B \frac{\pi}{4}\right) \to \operatorname{arcsen}(-1) = -\frac{\pi}{2}}_{\boxed{B = -2}}$

$$\boxed{f(x) = 3 \operatorname{sen}(-2x)}$$

b) Suponiendo que el dominio de f es el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$, graficar f rotulando, claramente, sus ceros y las abscisas donde alcanza su mínimo y máximo valor.

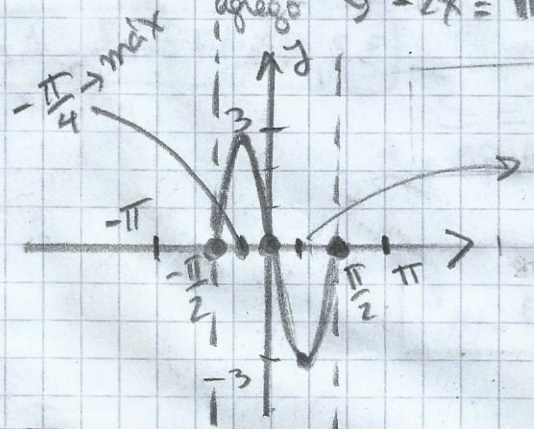
Ceros: $0 = 3 \operatorname{sen}(-2x)$

$\operatorname{arcsen}(0) = 0 \xrightarrow{\text{vale}} -2x = 0 + 2k\pi \to x = -k\pi$ ①

agrego $\to -2x = \pi + 2k\pi \to x = -\frac{\pi}{2} - k\pi$ ②

k	①	②
0	0	$\cancel{-\pi/2}$
1	$\cancel{-\pi}$	$\cancel{-3/2\,\pi}$
-1	$\cancel{\pi}$	$\pi/2$

$$\boxed{\text{Ceros} = \left\{0, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right\}}$$



en a: $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -3 \to$ mínimo

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Máx} = 3 \text{ en } x = -\frac{\pi}{4} \\ \text{Mín} = -3 \text{ en } x = \frac{\pi}{4} \end{array}}$$

EJ2 Sea la función ($a \in \mathbb{R}^+$, fijo) $f(x) = \sqrt{a - e^{2x-1}}$ determinar dominio e imagen de f en función de a

$dom(f) = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a - e^{2x-1} \geq 0\} \qquad a \geq e^{2x-1}$

$\ln(a) \geq \ln e^{(2x-1)}$

$\ln(a) \geq (2x-1)\underbrace{\ln(e)}_{1}$

$\frac{\ln(a)+1}{2} \geq x$

$$\boxed{dom(f) = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq \frac{\ln(a)+1}{2}\right\}}$$

Imagen: cuando $x = \frac{\ln(a)+1}{2} \to f(x) = 0 \to$ mínimo valor

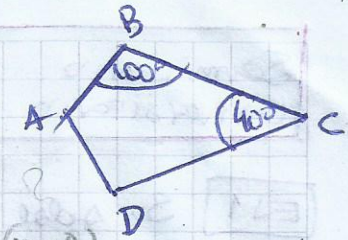
e^{2x-1} NUNCA se hace 0 pero con x casi llegando a ser $-\infty \to e^{2x-1}$ es casi $0 \to f(x) = \sqrt{a}$

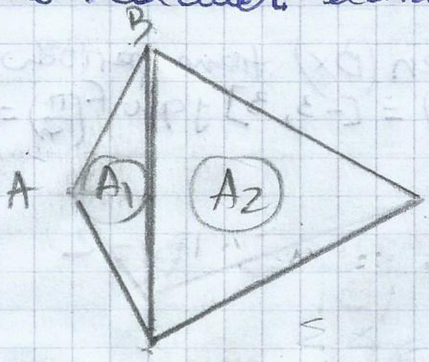
$$\boxed{Im(f) = [0, \sqrt{a})}$$

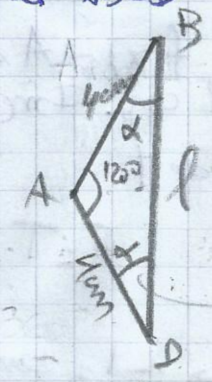
NOTA

(resuelto por Sylvina)

El rombóide ABCD es tal que $AB = AD = 4cm$, $BC = CD$, el ángulo $\measuredangle ABC = 100°$ y $\measuredangle BCD$ mide $40°$. Calcular el área de ABCD







$$A_1 = \frac{\overset{4cm}{\overline{AB}} \cdot \overset{4cm}{\overline{AD}} \cdot sen(120°)}{2}$$

$$\boxed{A_1 = 4\sqrt{3}\ cm^2}$$

$$2\alpha + 120° = 180°$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

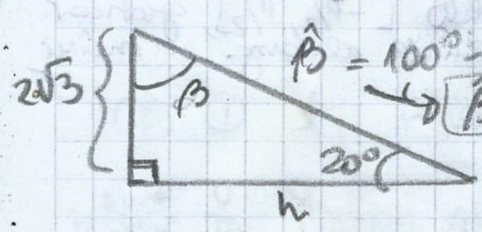
$$\measuredangle ABC = \measuredangle ADC = 100°$$

$$\sum \measuredangle = 360° = 100° + 40° + 100° + \measuredangle BAD$$

$$\boxed{\measuredangle BAD = 120°}$$

$$\frac{sen(30°)}{4cm} = \frac{sen(120°)}{l}$$

$$\rightarrow l = \frac{sen(120°)}{sen(30°)} \cdot 4cm \rightarrow \boxed{l = 4\sqrt{3}\ cm}$$



$$\hat{\beta} = 100° - \alpha$$

$$\rightarrow \boxed{\hat{\beta} = 70°}$$

$$\frac{sen(70°)}{h} = \frac{sen\ 20°}{2\sqrt{3}cm}$$

$$h = \frac{sen(70°)}{sen(20°)}\ 2\sqrt{3}cm \rightarrow \boxed{h = 9,5175cm}$$

$$A_2 = \frac{l\ h}{2} = \frac{4\sqrt{3}\ cm\ \ 9,5175\ cm}{2} = \boxed{32,9697\ cm^2 = A_2}$$

$$A = A_1 + A_2 = 4\sqrt{3}\ cm^2 + 32,9697cm^2$$

$$\boxed{A = 39,90\ cm^2}$$

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	2° parcial	Tema 2	HOJA N° 2/2 FECHA 6-3-26

EJ 4 a) Sea ~~f~~ : $Df \subseteq \mathbb{R} \to I_f \subseteq \mathbb{R}$ / $f(x) = \frac{3-x}{4x+k}$ determinar el valor de k para que la recta $y=2$ sea la asíntota horizontal de $f^{-1}(x)$

si $y=2$ es AH de $f^{-1} \Rightarrow x=2$ es AV de f

$x=2$ AV $\Rightarrow 4 \cdot 2 + k = 0 \Rightarrow \boxed{k=-8}$

b) Resolver la ec. $\log_7(x-4) + \log_7(x+8) = \log_7(x+38)$

$\log_7((x-4)(x+8)) = \log_7(x+38)$

$x^2 + 8x - 4x - 32 = x+38$

$x^2 + 3x - 70 = 0 \to x = 7$, $\cancel{x=-10}$

log (x-4) → si x=-10
log (negativo)
-10 se descarta

$\boxed{S = \{7\}}$

EJ 5 a) Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / $f(x) = x^3 - x$ y $g: (-\pi, \pi) \to \mathbb{R}$
$g(x) = tg\left(\frac{x}{2}\right)$ calcular los ceros de $f \circ g(x)$

$f \circ g(x) = f\left(tg\left(\frac{x}{2}\right)\right) = tg^3\left(\frac{x}{2}\right) - tg\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \to tg^3\left(\frac{x}{2}\right) = tg\left(\frac{x}{2}\right)$

① $tg\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \xrightarrow{calc} \frac{x}{2} = 0 + k\pi \to x = 2k\pi$

agrego $\to \frac{x}{2} = \pi + k\pi \to x = 2\pi + 2k\pi$

k=0	k=1
0	$\cancel{2\pi}$
$\cancel{2\pi}$	0

$\boxed{x=0}$

② $tg\left(\frac{x}{2}\right) \neq 0 \to tg^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1$

$tg\left(\frac{x}{2}\right) = 1$ $\qquad$ $tg\left(\frac{x}{2}\right) = -1 \to \frac{x}{2} = -\frac{\pi}{4} + k\pi$

calc. $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + k\pi \to \boxed{x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi}$ $\qquad$ $\boxed{x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi}$

$k=0$: $\boxed{x = \frac{\pi}{2}}$ $\qquad$ $k=0 \to \boxed{x = -\frac{\pi}{2}}$

$k=-1$: $\cancel{x = -\frac{3}{2}\pi}$ $\qquad$ $\boxed{S = \left\{0, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right\}}$ $\qquad$ $k=1 \to \cancel{x = \frac{3}{2}\pi}$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

$\boxed{\text{EJ 5}}$ b) Dados los puntos $A(1,3)$, $B(3,6)$ y $C(4,-2)$ determinar la medida del ángulo comprendido entre los vectores $\vec{AB}$ y $(\vec{AB}+\vec{AC})$

$$\vec{AB} = B - A = (3,6) - (1,3) = (2,3) \rightarrow \boxed{\vec{AB} = (2,3)}$$

$$\vec{AC} = C - A = (4,-2) - (1,3) = (3,-5) \rightarrow \boxed{\vec{AC} = (3,-5)}$$

$$\vec{AB} + \vec{AC} = (2,3) + (3,-5) = \boxed{(5,-2) = \vec{AB} + \vec{AC}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\|}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{(2,3)\,(5,-2)}{\|(2,3)\| \, \|(5,-2)\|} = \frac{10 - 6}{\sqrt{2^2+3^2}\,\sqrt{5^2+(-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{13}\,\sqrt{29}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{\sqrt{13}\,\sqrt{29}} \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{4}{\sqrt{13}\,\sqrt{29}}\right)$$

$$\boxed{\alpha = 78,1113^\circ}$$

$$\boxed{\alpha = 78^\circ\ 6'\ 41''}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)